

COMBUSTÃO DE GOTAS COM ESCAPE DE COMBUSTÍVEL PELA CHAMA PARA SIMULAR REGIME DE COMBUSTÃO “COOL FLAME”

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)**

Alan Júnior Vergütz (UNIPAMPA, Bolsista PIBIC/CNPq)
E-mail: vergutao@gmail.com

Fernando Fachini Filho (INPE, Orientador)
E-mail: fachiniff@gmail.com

COLABORADORES

Dr. Cesar Flaubiano da Cruz Cristaldo (UNIPAMPA)

Julho de 2015

CONTENTS

	<u>Pág.</u>
1 RELATÓRIO	1
1.1 Resumo do trabalho	1
2 DESENVOLVIMENTO	1
2.1 Estudo de chammas	2
2.2 Condições do problema	2
2.3 Adimensionalização das equações	2
2.4 Condições de contorno	3
2.5 Função Z e H	3
2.6 Solução analítica	3
2.7 Calendário das atividades	3
3 PRÓXIMAS ETAPAS	4
4 ANEXO	4
4.1 Introdução	4
4.2 Gota esférica	4
4.3 Adimensionalização	4
4.3.1 Equações governantes	6
4.3.1.1 Fase líquida	6
4.3.1.2 Fase gasosa	6
4.3.2 Condições de contorno	7
4.3.2.1 Superfície da gota ($x = a$)	7
4.3.2.2 Posição da chama ($x = x_F$)	8
4.3.2.3 Região afastada da gota, ao $x \rightarrow \infty$	8
4.4 Função Z e H	8
4.4.1 Formulação	8
4.4.2 Condições de contorno para as funções Z e H	11
4.4.2.1 Superfície $x = a$	11
4.4.2.2 Condição da chama $x = x_f$	11
4.4.2.3 Região afastada da gota, ao $x \rightarrow \infty$	11
4.5 Definindo uma posição genérica de integração para Z_1 e H_1	11
4.5.1 Solução	12

4.6	Relação entre H e Z	16
4.6.1	Solução	16
4.7	Temperatura	18
4.8	Taxa de Vaporização	21
5	Referências bibliográficas	23

1 RELATÓRIO

Neste relatório serão apresentadas as etapas de elaboração do projeto juntamente com o calendário das atividades realizadas, e em anexo a formulação parcial do problema.

1.1 Resumo do trabalho

Este trabalho tem por objetivo estender o modelo já existente e gerar um código de baixo custo computacional, que descreva a vaporização e a combustão de gotas isoladas, em regime de "cool flame". Neste caso particular, o oxigênio está disperso na fase gasosa juntamente com o gás inerte hélio. Isto faz com que o número de Lewis do oxidante aumente consideravelmente. A estratégia de análise consiste primeiramente em admitir que a chama seja infinitamente estreita e este modelo apresenta solução analítica. Uma vez conhecido a física descrita por este modelo com valores típicos àqueles aos encontrados no regime de "cool flame" para o número de Lewis, parte-se para a análise com o modelo de chama finita descrita pela taxa de reação química de passo único. Com este ultimo modelo, poder-se-á observar o efeito do escape de combustível pela chama, processo que se espera ser o responsável por manter a chama no regime de "cool flame". Nesta apresentação mostrar-se-á o comportamento da vaporização e combustão de uma gota impondo por ora apenas o primeiro modelo. Com o aumento do numero de Lewis do oxidante, a temperatura da chama diminui, com isso o fluxo de calor também diminui, resultando na estabilização da chama mais perto da gota. A posição da chama mais próximo da gota é uma característica das observações experimentais da combustão de gotas no regime de "cool flame".

2 DESENVOLVIMENTO

No decorrer do período, foram realizados encontros semanais, onde foram desenvolvidas as seguintes atividades.

2.1 Estudo de chamas

As chamas se dividem em dois tipos: as pré-misturadas e as difusivas. Na pré-misturada, ocorre uma pré-mistura entre o combustível e o oxidante antes de qualquer reação química, como por exemplo no fogão à gás. Já na difusiva não ocorre essa pré-mistura, e a combustão só ocorre quando o combustível se encontra com o oxidante, como por exemplo, motores a diesel. Foram estudadas, neste período, as equações de conservação, que em sua forma adimensional, auxiliaram na obtenção das escalas do problema, tais como escala temporal, espacial e velocidade característica do problema. Durante o período, foram realizadas algumas atividades propostas pelo orientador:

- Introdução ao Fortran;
- Solução numérica de problemas clássicos de condução e convecção unidimensional e bidimensional (equação do calor e onda);
- Geração de malha cartesiana;
- Métodos de discretização (diferenças finitas), onde o princípio fundamental do método é aproximar, através de expressões algébricas, cada termo do modelo matemático em cada nó da malha.

2.2 Condições do problema

Para a formulação do problema algumas considerações foram impostas, como por exemplo: a gota é assumida como uma esfera perfeita; na fase líquida as propriedades: massa específica, calor específico, condutividade térmica são considerados constantes. Na fase gasosa, em uma região afastada da gota, foram adotadas como constantes: massa específica, condutividade térmica, calor específico, temperatura gasosa e fração de massa do oxidante.

2.3 Adimensionalização das equações

A partir destas considerações e com o auxílio de algumas variáveis adimensionais, foi possível adimensionalizar as equações governantes que descrevem o problema.

A adimensionalização é feita para obter os parâmetros envolvidos (propriedades características) e tornar as equações universais.

2.4 Condições de contorno

Para resolver as equações foi necessário estipular condições de contorno conforme o problema. Neste caso foi utilizada uma condição de contorno na superfície da gota, uma na chama e outra no infinito, longe da chama.

2.5 Função Z e H

As equações governantes (espécies e energia) apresentam um termo de reação química que é fortemente não linear. Para contornar este problema, as equações foram reagrupadas de forma que o termo de reação química foi eliminado. Com isso o sistema foi reduzido, de três, para duas equações em função de Z e H, que representam a fração de mistura e entalpia respectivamente e o problema pode ser resolvido sem o termo de reação química, juntamente com as equações de conservação da massa. Para tanto foi assumido que o processo de combustão ocorre no limite de Burke-Shumann, isto é, número de Damköler infinitamente grande. O tempo de químico é infinitamente pequeno comparado com o tempo mecânico, resultando numa chama com zona de reação infinitamente fina. Este modelo é conhecido como formulação de Shvab-Zeldovich, onde o domínio é separado em dois lados, um do combustível e outro o lado do oxidante.

2.6 Solução analítica

A solução analítica é baseada em um trabalho já existente (FACHINI, 1999) onde é obtida a temperatura da chama, posição da chama e taxa de vaporização.

2.7 Calendário das atividades

Na tabela abaixo consta o calendário das atividades realizadas durante o período.

Calendário de Atividades

ago/14	Estudo de chammas
set/14	Equações de conservação
out/14	Iniciação ao Fortran
nov/14	Métodos de discretização
dez/14	Adimensionalização
jan/15	Adimensionalização
fev/15	Condições de contorno
mar/15	Função Z e H
abr/15	Função Z e H
mai/15	Solução analítica
jun/15	Solução analítica
jul/15	Solução analítica

3 PRÓXIMAS ETAPAS

Após os entendimentos da solução analítica, pretende-se obter, com o mesmo procedimento, uma solução analítica da de temperatura da chama, posição da chama e taxa de vaporização em função da quantidade de escape de combustível pela chama.

4 ANEXO

4.1 Introdução

4.2 Gota esférica

Assumimos que a gota está numa atmosfera estacionária e que todos os processos da fase gasosa terão simetria esférica. Assim a gota esférica possui raio $a(t)$ no instante t , $a_0 = a(0)$ sendo este o raio inicial. É assumida que a massa específica ρ_l , o calor específico c_l e a condutividade térmica k_l da fase líquida são constantes. Longe da gota, o gás possui propriedades constantes, as quais são: massa específica ρ_∞ , condutividade térmica k_∞ , calor específico a pressão constante c_p . Numa região afastada da gota, a temperatura e fração de massa do oxidante representados por T_∞ e Y_{O_∞} respectivamente.

4.3 Adimensionalização

As variáveis adimensionais utilizadas na formulação do problema são definidos como:

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{T}{T_\infty}, & \varrho &= \frac{\rho}{\rho_\infty}, & y_f &= Y_F, \\ y_O &= \frac{Y_O}{Y_{O_\infty}}, & \nu &= \frac{V a_0}{\alpha_\infty}, & p &= \frac{p}{R_g \rho_\infty T_\infty} \\ x &= \frac{r}{a_0}, & \tau &= \frac{t}{t_c}.\end{aligned}$$

onde V é a velocidade gasosa, Y é a fração de massa, R_g é a constante específica dos gases, e o subscrito O e F representam o oxidante e o combustível respectivamente, t_c é da ordem de magnitude do tempo de vida da gota, $t_c = a_0^2/(\alpha_\infty \epsilon)$, onde $\alpha_\infty = k_\infty/c_p \rho_\infty$, $\epsilon = \rho_\infty/\rho_l \ll 1$. Para densidade líquida constante ρ_l , a equação da conservação da massa adimensional dentro da gota é dada por

$$\frac{da^3}{d\tau} = -3\lambda(\tau) \quad (4.1)$$

onde

$$\lambda = \frac{\dot{m} c_p}{4\pi a_0 k_\infty}, \quad e \quad a = \frac{a}{a_0}, \quad (a = \text{raio instantâneo da gota}).$$

Velocidade gasosa induzida pela expansão na interfase de mudança de fase, líquido-gasoso, e pela expansão térmica pela chama é muito menor que a velocidade do som. Então isto é justificado para levar a uma pressão constante.

A dependência dos coeficiente de difusão do combustível e oxidante, D_F , D_O e da condutividade térmica k_g em função da temperatura são representados pela seguinte relação:

$$\frac{\rho D_F}{\rho_\infty D_{F_\infty}} = \frac{\rho D_O}{\rho_\infty D_{O_\infty}} = \frac{k}{k_\infty} = \theta^n \quad (4.2)$$

onde θ é a temperatura adimensional dada por $\theta = T/T_\infty$ n é uma constante igual a 0.5.

Na interfase líquido-gasoso, o vapor e líquido estão em equilíbrio. Também é considerado que o peso molecular do combustível é igual ao da mistura no ambiente gasoso, assim a expressão de Clausius - Clapeyron,

$$y_{Fs} = e^{\gamma(1-\frac{\theta_B}{\theta_s})}, \quad (4.3)$$

pode ser usado para relacionar a temperatura, θ_s com a fração de massa do combustível, na superfície da gota; onde $\gamma = L/R_g T_B$, T_B , R_g e L são a temperatura de ebulição, a constante dos gases e o calor latente de vaporização, respectivamente.

Para $\gamma \gg 1$, a concentração de combustível na superfície da gota se torna importante se $\theta_S \sim \theta_B - O(1/\gamma)$.

Isto é considerado uma reação química de passo único do tipo Burke-Schumann. Para cada unidade de massa de combustível consumido, ν massas de oxidante são liberadas na reação estequiométrica.

4.3.1 Equações governantes

4.3.1.1 Fase líquida

Na presente análise, é assumido perfil uniforme de temperatura dentro da gota e próxima a sua temperatura de ebulição, tal que $\theta = \theta_s < \theta_b$. Assim a equação de conservação da massa para fase líquida resulta em

$$\frac{da^2}{d\tau} = -2\frac{\lambda}{a} \quad (4.4)$$

4.3.1.2 Fase gasosa

Para equação da conservação da fração de massa do combustível e oxidante para a fase gasosa [$x > a(\tau)$] temos:

$$\varepsilon \frac{\partial \varrho}{\partial \tau} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 \varrho v) = 0, \quad x > a(\tau), \quad (4.5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial y_O}{\partial \tau} + \varrho v \frac{\partial y_O}{\partial x} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x^2 \theta^n}{L_O} \frac{\partial y_O}{\partial x} \right) = -s_O \varrho \tilde{D} a y_O^{\nu_1} y_F^{\nu_2} e^{-\Sigma/\theta}, \quad x > a(\tau), \quad (4.6)$$

$$\varepsilon \frac{\partial y_F}{\partial \tau} + \varrho v \frac{\partial y_F}{\partial x} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x^2 \theta^n}{L_F} \frac{\partial y_F}{\partial x} \right) = -\varrho \tilde{D} a y_O^{\nu_1} y_F^{\nu_2} e^{-\Sigma/\theta}, \quad x > a(\tau), \quad (4.7)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \varrho v \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = \varepsilon \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dp}{d\tau} + Q \varrho^{\nu_1 + \nu_2} \tilde{D} a y_O^{\nu_1} y_F^{\nu_2} e^{-\Sigma/\theta}, \quad x > a(\tau), \quad (4.8)$$

onde $\tilde{D}a = Ba^2(0)c_p\rho_\infty^{\nu_1 + \nu_2}Y_{O_\infty}^{\nu_1}/\alpha_\infty$ é o número de damköhler (B é o fator de frequência), ν_1 e ν_2 são as ordens de reação global, s_O é a massa de oxidante queimada na condição estequiométrica por unidade de massa de combustível, $Q = q/c_p T_\infty$ onde q é a calor de combustão, isto é, a quantidade de calor liberada por unidade de massa de combustível consumido), $\Sigma = E/RT_\infty$ (onde E é a energia de ativação), $\gamma = c_p/c_v$ (onde c_v é o calor específico a volume constante).

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial y_F}{\partial x} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x^2 \theta^n}{L_F} \frac{\partial y_F}{\partial x} \right) = -s_F \dot{w} \quad (4.9)$$

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial y_O}{\partial x} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x^2 \theta^n}{L_O} \frac{\partial y_O}{\partial x} \right) = -s_O \dot{w} \quad (4.10)$$

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = Q \dot{w} \quad (4.11)$$

onde $x^2 \rho \nu = \lambda$. O termo direito das equações 4.9 e 4.10 é um termo fonte que representa o consumo de combustível por unidade de volume representados por

$$\dot{w} = D_a \rho^{\nu_1 + \nu_2} y_O^{\nu_1} y_F^{\nu_2} e^{\theta_a / \theta} \quad (4.12)$$

Desde que as espécies de combustível são consumidas por reações químicas, este termo de fonte que é geralmente negativo. Para fechar o sistema de equações de conservação é empregado a equação de estado adimensionalizada do gás, escrita como:

$$1 = \rho \theta, \quad x > a. \quad (4.13)$$

4.3.2 Condições de contorno

Na integração das equações 4.9, 4.10, 4.11, utilizam-se as seguintes condições de contorno:

4.3.2.1 Superfície da gota ($x = a$)

$$-\left(\frac{x^2 \theta^n}{L_F} \frac{\partial y_F}{\partial x} \right)_{x=a} = \lambda(1 - y_{Fs}), \quad (4.14)$$

onde, o fluxo de massa na fase gasosa próximo à superfície da gota é igual ao fluxo de massa que evapora pela sua superfície.

$$\left(x^2 \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=a} = \lambda L + Q^- = \lambda L', \quad (4.15)$$

o fluxo de calor fornecido pelo ambiente gasoso, parte é utilizado para aquecer e outra parte para vaporizar a gota.

4.3.2.2 Posição da chama ($x = x_F$)

$$\theta = \theta_f, \quad y_F = y_O = 0 \quad (4.16)$$

a temperatura é igual a temperatura na condição da chama e as frações mássicas de combustível e oxidante são totalmente consumidos

4.3.2.3 Região afastada da gota, ao $x \rightarrow \infty$

$$\theta = \theta_\infty = 1, \quad y_F = 0, \quad y_O = 1 \quad (4.17)$$

a temperatura da chama se iguala a temperatura ambiente, logo $T/T_\infty = 1$, o combustível é totalmente consumido na chama, logo numa região afastada da gota ($x \rightarrow \infty$) há somente oxidante.

onde Q^- é o calor no interior da gota, $L' = L + Q^-/\lambda$ e L' é obtida pela solução do problema térmico na fase líquida.

4.4 Função Z e H

Resolver o sistema de equações 4.9, 4.10 e 4.11, torna-se difícil devido aos termos fonte (reação química) que tornam o sistema fortemente não linear. O objetivo é transformar este sistema de três equações em duas equações lineares em função de Z e H , que representam a fração de mistura e variação da entalpia respectivamente. Portanto as equações serão combinadas convenientemente de forma que o termo fonte seja eliminado das equações, conforme será mostrado em detalhes a seguir.

4.4.1 Formulação

È assumido que o processo de combustão ocorra no limite de Burke-Schumann, isto é, o Número da Damköler Da é levado para se infinitamente grande, em outras palavras, o tempo característico da reação é infinitamente menor que qualquer tempo característico mecânico. O tempo de residência dos reagentes é infinitamente pequeno na zona de reação, resultando em uma chama com zona de reação infinitamente estreita.

O problema da combustão de gota é descrito utilizando a formulação de Schvab-Zel'dovich generalizada. Esta nova formulação não faz distinção da região que contém combustível, daquela que contém o oxigênio. Esta formulação é obtida pela com-

binação das equações 4.9, 4.10 e 4.11.

Temos o seguinte sistema:

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} \theta \\ y_O \\ y_F \end{Bmatrix} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} \theta \\ y_O/L_O \\ y_F/L_F \end{Bmatrix} \right) = \begin{Bmatrix} Q \\ -s_O \\ -s_F \end{Bmatrix} \dot{w} \quad (4.18)$$

sabendo que $s_F = 1$ multiplica-se a segunda linha por L_O e a terceira por L_F

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} \theta \\ L_O y_O \\ L_F y_F \end{Bmatrix} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} \theta \\ y_O \\ y_F \end{Bmatrix} \right) = \begin{Bmatrix} Q/L_F \\ -s_O L_O/L_F \\ -1 \end{Bmatrix} \dot{w} L_F \quad (4.19)$$

chamamos $S = s_O L_O/L_F$ e multiplica-se a terceira linha por S e subtrai-se a segunda linha e temos:

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} (L_F S y_F - L_O y_O) - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} (S y_F - y_O) \right] = 0 \quad (4.20)$$

nos termos dentro das derivadas podemos acrescentar uma constante, sem alterar o resultado, então acrescentamos 1 unidade como mostra a equação abaixo:

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} (L_F S y_F - L_O y_O + 1) - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} (S y_F - y_O + 1) \right] = 0 \quad (4.21)$$

Agora definimos $Z = S y_F - y_O + 1$ e temos

$$L_e(Z) \frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.22)$$

onde

$$L_e(Z) = \begin{cases} L_F, & \text{para } Z > 1 \\ L_O, & \text{para } Z < 1 \end{cases}, \quad (4.23)$$

Para a equação da conservação da energia em função de H e Z segue-se as seguintes etapas:

Multiplica-se a primeira linha do sistema 4.19 por $(S + 1L_F/Q)$ e soma á segunda e

terceira linha e obtemos

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{(S+1)L_F}{Q} \theta + L_O y_O + L_F y_F \right) - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{(S+1)L_F}{Q} \theta + y_O + y_F \right) \right] = 0 \quad (4.24)$$

agora somamos $y_O - y_O + y_F - y_F$ no primeiro termo da equação 4.24 e sabendo que $H = (S+1)L_F/Q + y_O + y_F$ temos

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} [H + (L_F - 1)y_F + (L_O - 1)y_O] - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} H \right] = 0 \quad (4.25)$$

para $a \leq x \leq x_f$ temos que $y_F = (Z - 1)/S$, logo

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[H + (L_F - 1) \frac{(Z - 1)}{S} \right] - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} H \right] = 0 \quad (4.26)$$

sem perda de generalidade, podemos eliminar a constane $-1/S$ da equação acima, e obtemos

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} H + \frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{(L_F - 1)}{S} Z \right] - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} H \right] = 0 \quad (4.27)$$

para $x_f \leq x$ temos que $-y_O = Z - 1$, logo

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} [H + (1 - L_O)(Z - 1)] - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} H \right] = 0 \quad (4.28)$$

eliminando a constane -1 da equação acima, e obtemos

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} H + \frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} [(1 - L_O)Z] - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} H \right] = 0 \quad (4.29)$$

as equações 4.29 pode ser escrita como

$$\frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} H - \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^n \frac{\partial}{\partial x} H \right) + N(Z) \frac{\lambda}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} Z = 0 \quad (4.30)$$

onde,

$$N(Z) = \begin{cases} (L_F - 1)/S, & \text{para } Z > 1 \\ (1 - L_O), & \text{para } Z < 1 \end{cases} \quad (4.31)$$

Note que θ^n não é escrito como uma função de H e Z porque este termo será eliminado mais adiante por uma expressão adicional relacionando H e Z .

4.4.2 Condições de contorno para as funções Z e H

As condições de contorno para as equações 4.22 e 4.30 são:

4.4.2.1 Superfície $x = a$

$$Z_s = S y_{Fs} + 1, \quad (4.32)$$

$$H_s = S_Q \theta_S + y_{Fs} \quad (4.33)$$

$$\left(x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{x=a} = -\lambda L_F S (1 - y_{Fs}), \quad (4.34)$$

$$\left(x^2 \theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=a} = \lambda S_Q L' - \lambda L_F (1 - y_{Fs}), \quad (4.35)$$

4.4.2.2 Condição da chama $x = x_f$

$$Z(x_f) = 1 \quad e \quad H(x_f) = S_Q \theta_f, \quad (4.36)$$

4.4.2.3 Região afastada da gota, ao $x \rightarrow \infty$

$$Z(x \rightarrow \infty) = 0 \quad e \quad H(x \rightarrow \infty) = S_Q \theta_\infty + 1 \quad (4.37)$$

onde

$$S_Q = \frac{(S + 1)L_F}{Q} \quad (4.38)$$

4.5 Definindo uma posição genérica de integração para Z_1 e H_1

Neste passo vamos determinar Z e H num ponto x num intervalo $a \leq x \leq x_f$ ou $x_f \leq x \leq \infty$, onde os intervalos representam a região com combustível e região oxidante, respectivamente.

4.5.1 Solução

As funções H e Z e suas primeiras derivadas são contínuas. Como as segundas derivadas das funções H e Z são descontínuas pela a chama, $Z = 1$ conforme as equações 4.22 e 4.30, a integração é feita separadamente em regiões $a \leq x \leq x_f$ e $x_f \leq x \leq \infty$, respectivamente. Para $Z > 1$, fazemos a integração no intervalo $x_s \leq x \leq x_f$.

Vamos calcular Z_1 integrando a equação 4.22 obtemos

$$\lambda L_e(Z) \int_a^x \frac{\partial Z}{\partial x} - \int_a^x \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.39)$$

resultando em

$$\lambda L_e(Z)(Z - Z_s) - x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_x + x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_a = 0 \quad (4.40)$$

que reagrupando temos

$$\lambda L_e(Z)Z - x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_x - \underbrace{\lambda L_e(Z) \left(Z_s - \frac{x^2 \theta^n}{\lambda L_e(Z)} \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_a \right)}_{Z_1} = 0. \quad (4.41)$$

Verificamos que um dos termos da equação 4.41 é uma integral aplicada no ponto $x = a$ que é uma constante que chamaremos de Z_1 , logo:

$$Z_1 = Z_s - \frac{x^2 \theta^n}{\lambda L_e(Z)} \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_a \quad (4.42)$$

agora rescrevemos a equação 4.41 da seguinte forma

$$- \lambda L_e(Z)(Z_1 - Z) - x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \quad (4.43)$$

aplicando as condições de contorno em $x = a$ e a relação 4.41 obtemos:

$$- \lambda L_F(Z_1 - Z) - x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0 \quad (4.44)$$

ou seja,

$$- L_F(Z_1 - S y_{F_s} - 1) + \lambda L_F S (1 - y_F) = 0 \quad (4.45)$$

resultando em

$$Z_1 = S + 1. \quad (4.46)$$

Agora calculamos H_1 integrando a equação 4.30 obtendo

$$\lambda \int_a^x \frac{\partial H}{\partial x} - \int_a^x \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \lambda N(Z) \int_a^x \frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \quad (4.47)$$

ou

$$\lambda(H - H_s) - x^2 \theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_x + x^2 \theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_a - \lambda N(Z)(Z_s - Z) = 0 \quad (4.48)$$

somando $\lambda N(Z)Z_1 - \lambda N(Z)Z_1$ na equação 4.48 e reescrevendo temos

$$\lambda H - x^2 \theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_x - \lambda N(Z)(Z_1 - Z) - \underbrace{\lambda \left(H_s - \frac{x^2 \theta^n}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_a - N(Z)(Z_1 - Z_s) \right)}_{H_1} = 0 \quad (4.49)$$

novamente um dos termos da expressão acima é uma integral aplicada em $(x=a)$ que é uma constante que chamaremos de H_1 logo temos

$$\lambda(H - H_1) - x^2 \theta^n \frac{\partial H}{\partial x} - \lambda N(Z)(Z_1 - Z) = 0 \quad (4.50)$$

aplicando as condições de contorno em $x = a$ e a relação 4.46 temos

$$S_Q \theta_s + y_{F_s} - H_1 - S_Q L' + L_F(1 - Y_{F_s}) - \frac{(L_F - 1)}{S}(S(1 - y_{F_s})) = 0 \quad (4.51)$$

e finalmente

$$H_1 = S_Q(\theta_s - L') + 1. \quad (4.52)$$

Para $Z < 1$ fazemos a integração no intervalo $x_f \leq x \leq x_\infty$

$$\lambda L_e(Z) \int_x^\infty \frac{\partial Z}{\partial x} - \int_x^\infty \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.53)$$

$$\lambda L_e(Z)(Z_\infty - Z) - x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_\infty + x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_x = 0, \quad (4.54)$$

que reescrevendo temos

$$-\lambda L_e(Z)Z + x^2\theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_x + \lambda L_e \left(\underbrace{Z_\infty - \frac{x^2\theta^n}{\lambda L_e(Z)} \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_\infty}_{Z_1} \right) = 0 \quad (4.55)$$

análogamente a equação 4.41 substituímos uma parte da expressão por Z_1 obtendo

$$-\lambda L_e(Z)(Z_1 - Z) - x^2\theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_x = 0 \quad (4.56)$$

aplicando as condições de contorno em $x = \infty$ e a relação ?? obtemos

$$-\lambda L_e(Z)(Z_1 - Z_\infty) - x^2\theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_{x=\infty} = 0, \quad (4.57)$$

assim,

$$-(Z_1 - 0) - q_{z=\infty} = 0, \quad \text{onde} \quad q_{z=\infty} = \frac{x^2\theta^n}{\lambda L_O} \frac{\partial Z}{\partial x} \Big|_{x=\infty} \quad (4.58)$$

resultando em

$$Z_1 = -q_{z\infty}. \quad (4.59)$$

Para o cálculo de H_1 integramos a equação ?? no intervalo $x_1 \leq x \leq x_\infty$

$$\lambda \int_x^\infty \frac{\partial H}{\partial x} - \int_x^\infty \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2\theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \lambda N(Z) \int_x^\infty \frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \quad (4.60)$$

$$\lambda(H_\infty - H) - x^2\theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{x=\infty} + x^2\theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_x + \lambda N(Z)(Z_\infty - Z) = 0 \quad (4.61)$$

somando $Z_1 - Z_1$ na equação 4.61 e reescrevendo temos

$$\lambda H - x^2\theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_x + \lambda N(Z)(Z - Z_1) - \lambda \left(\underbrace{H_\infty - \frac{x^2\theta^n}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_\infty + N(Z)(Z_\infty - Z_1)}_{H_1} \right) = 0 \quad (4.62)$$

análogamente a equação 4.49 fazemos a substituição por H_1 obtendo

$$\lambda(H - H_1) - x^2\theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_x - \lambda N(Z)(Z_1 - Z) = 0 \quad (4.63)$$

aplicando as condições de contorno em $x = \infty$ e a relação ?? temos

$$\lambda(H_\infty - H_1) - x^2\theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{x=\infty} - \lambda N(Z)(Z_1 - Z_\infty) = 0 \quad (4.64)$$

ou seja,

$$S_Q + 1 - H_1 - q_{H_\infty} - (1 - L_O)(Z_1 - 0) = 0 \quad \text{onde} \quad q_{H_\infty} = \frac{x^2\theta^n}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{x=\infty} \quad (4.65)$$

logo

$$H_1 = S_Q + 1 - q_{H_\infty} + (1 - L_O)q_{z_\infty}. \quad (4.66)$$

Resumindo os cálculos acima temos:

$$Z_1 = \begin{cases} S + 1 & Z > 1 \\ -q_{Z_\infty} & Z < 1 \end{cases} \quad (4.67)$$

$$H_1 = \begin{cases} S_Q(\theta^n - L') + 1 & Z > 1 \\ -q_{H_\infty} + S_Q + (1 - L_O)q_{Z_\infty} + 1 & Z < 1 \end{cases} \quad (4.68)$$

O fluxo q_{H_∞} e q_{Z_∞} é determinado pela aplicação das condições 4.36 e a continuidade das funções Z e H e suas primeiras derivadas nas equações 4.43 e 4.50

Para o determinar q_{Z_∞} temos

$$-\lambda L_F((S + 1) - 1) = x^2\theta^n \frac{\partial Z}{\partial x}, \quad \text{para} \quad Z > 1 \quad (4.69)$$

$$-\lambda L_O(-q_{Z_\infty} - 1) = x^2\theta^n \frac{\partial Z}{\partial x}, \quad \text{para} \quad Z < 1 \quad (4.70)$$

resolvendo o sistema acima obtemos

$$q_{Z_\infty} = -\frac{SL_F}{L_O} - 1 \quad (4.71)$$

que pela relação temos

$$q_{Z_\infty} = -(s + 1) \quad (4.72)$$

Para determinar $q_{H\infty}$ temos

$$\lambda(H_f + S_Q(L' - \theta_s) - 1) - \lambda \frac{(L_F - 1)}{S} ((S + 1) - 1) = x^2 \theta^n \frac{\partial H}{\partial x}, \quad \text{para } Z < 1 \quad (4.73)$$

$$\lambda \left[H_f - (S_Q + 1) + q_{H\infty} - (1 - L_O) q_{Z\infty} \right] - \lambda(1 - L_O)(-q_{Z\infty} - 1) = x^2 \theta^n \frac{\partial H}{\partial x} \quad \text{para } Z > 1 \quad (4.74)$$

resolvendo o sistema acima obtemos

$$q_{H\infty} = S_Q(1 + L' - \theta_s) + L_O - L_F \quad (4.75)$$

4.6 Relação entre H e Z

Nesta seção o objetivo é escrever a variável H em função de Z , pois com esta relação vai nos permitir simplificar o problema.

4.6.1 Solução

A equação 4.50 pode ser escrita da seguinte forma

$$\lambda(H - H_1) - x^2 \theta^n \frac{\partial Z}{\partial x} \frac{dH}{dZ} - \lambda N(Z)(Z_1 - Z) = 0 \quad (4.76)$$

substituindo a equação 4.43 em 4.76 temos

$$\frac{dH}{dZ} = \frac{(H - H_1) - N(Z)(Z_1 - Z)}{-L_e(Z)(Z_1 - Z)} \quad (4.77)$$

vamos assumir que $H_1 - H = H^*$ e $Z_1 - Z = Z^*$, para facilitar a notação e reescrevemos a equação 4.77

$$\frac{dH^*}{dZ^*} = \frac{1}{L_e(Z)} \frac{H^*}{Z^*} + \frac{N(Z)}{L_e(Z)} \quad (4.78)$$

a equação 4.78 é uma equação diferencial homogênea de primeira ordem, logo para resolvê-la, fazemos uma mudança de variáveis

$$V = \frac{H^*}{Z^*} \quad \text{e} \quad \frac{dH^*}{dZ^*} = Z^* \frac{dV}{dZ^*} + V \quad (4.79)$$

que substituindo em 4.78 obtemos uma equação diferencial de primeira ordem separável

$$Z^* \frac{dV}{dZ^*} + V = \frac{V}{L_e(Z)} + \frac{N(Z)}{L_e(Z)} \quad (4.80)$$

portanto

$$\frac{1}{V(1 - L_e(Z)) + N(Z)} dV = \frac{1}{L_e(Z)Z^*} dZ^* \quad (4.81)$$

integrando os dois lados da equação acima

$$\frac{1}{1 - L_e(Z)} \ln(V(1 - L_e(Z)) + N(Z)) = \frac{1}{L_e(Z)} \ln Z^* + \frac{1}{L_e(Z)} \ln C \quad (4.82)$$

onde C é uma constante

$$\ln(V(1 - L_e(Z)) + N(Z)) = \ln(Z^* \cdot C)^{(1-L_e(Z))/L_e(Z)} \quad (4.83)$$

para verificar a validade dos logaritmos acima, ver apêndice. logo

$$V(1 - L_e(Z)) + N(Z) = C_1 Z^{*(1-L_e(Z))/L_e(Z)} \quad (4.84)$$

substituindo V pela relação

$$H^*(1 - L_e(Z)) = -N(Z)Z^* + C_1 Z^{*1+(1-L_e(Z))/L_e(Z)} \quad (4.85)$$

reescrevendo em função de H e Z obtemos

$$H - H_1 = -\frac{N(Z)}{L_e(Z) - 1} (Z_1 - Z) + C_1 (Z_1 - Z)^{1/L_e(Z)} \quad (4.86)$$

onde a constante de integração é obtida aplicando as condições de contorno em $x = a$,

Para $Z > 1$ temos

$$S_Q \theta_s + y_{Fs} - S_Q(\theta_s - L') - 1 = \quad (4.87)$$

$$-\frac{L_F - 1}{L_F - 1} (1 + S - S y_{Fs} - 1) + C_1 (1 + S - S y_{Fs} - 1)^{1/L_F} \quad (4.88)$$

resultando em

$$C_1 = \frac{S_Q L'}{[S(1 - y_{Fs})]^{1/L_F}} \quad (4.89)$$

Para $Z < 1$ temos

$$S_Q + 1 + q_{H\infty} - S_Q - 1 - (1 - L_O)q_{Z\infty} = -\frac{(1 - L_O)}{L_O - 1}(-q_{Z\infty}) + C_1(-q_{Z\infty})^{1/L} \quad (4.90)$$

$$S_Q(1 + L' - \theta_s) + L_O - L_F + (1 - L_O)(s + 1) = s + 1 + C_1(s + 1)^{1/L_O} \quad (4.91)$$

$$S_Q(1 + L' - \theta_s - Q) + S_Q Q + L_O - L_F + s + 1 - s L_O - L_O = s + 1 + C_1(s + 1)^{1/L_O} \quad (4.92)$$

$$S_Q(1 + L' - \theta_s - Q) + \frac{(S + 1)L_F Q}{Q} - L_F S - L_F = C_1(s + 1)^{1/L_O} \quad (4.93)$$

substituindo 4.38 em 4.93 obtemos

$$C_1 = \frac{S_Q(1 + L' - \theta_s - Q)}{(S + 1)^{1/L_O}} \quad (4.94)$$

4.7 Temperatura

A temperatura pode ser encontrada com a equação 4.86 aplicando a condição 4.36. Escolhendo a condição correspondendo a $x_f \leq x$ temos:

$$S_Q \theta_f + q_{H\infty} - [S_Q + 1] - (1 - L_O)q_{Z\infty} = -\frac{(1 - L_O)}{L_O - 1}(q_{Z\infty} - 1) + S_Q \frac{(1 + L' - \theta_s - Q)}{(1 + S)^{1/L_O}}(q_{Z\infty} - 1)^{1/L_O} \quad (4.95)$$

$$S_Q \theta_f + q_{H\infty} - S_Q - 1 + (1 - L_O)(s + 1) = (s + 1 - 1) + S_Q \frac{(1 + L' - \theta_s - Q)}{(s + 1)^{1/L_O}}(s + 1 - 1)^{1/L_O} \quad (4.96)$$

$$\begin{aligned}
S_Q \theta_f + q_{H\infty} - S_Q - sL_O - L_O = \\
+S_Q \frac{(1 + L' - \theta_s - Q)}{(s + 1)^{1/L_O}} s^{1/L_O}
\end{aligned} \tag{4.97}$$

$$\begin{aligned}
S_Q \theta_f + S_Q(1 + L' - \theta_s) - L_F + L_O - S_Q - 1 - SL_O - L_O + S + 1 = \\
S + S_Q(1 + L' - \theta_s - Q) \left(\frac{S}{S + 1} \right)^{1/L_O}
\end{aligned} \tag{4.98}$$

$$\begin{aligned}
\frac{(S + 1)L_F \theta_f}{Q} = -\frac{(S + 1)L_F}{Q} (1 + L' - \theta_s - Q) - \frac{(S + 1)L_F Q}{Q} + L_F + \frac{(S + 1)L_F}{Q} \\
+ SL_O + \frac{(S + 1)L_F}{Q} (1 + L' - \theta_s - Q) \left(\frac{S}{S + 1} \right)^{1/L_O}
\end{aligned} \tag{4.99}$$

$$\begin{aligned}
\frac{(S + 1)L_F \theta_f}{Q} = -\frac{(S + 1)L_F}{Q} (1 + L' - \theta_s - Q) + \frac{(S + 1)L_F}{Q} - SL_F + SL_O + \\
\frac{(S + 1)L_F}{Q} (1 + L' - \theta_s - Q) \left(\frac{S}{S + 1} \right)^{1/L_O}
\end{aligned} \tag{4.100}$$

que resulta em

$$\theta_f = 1 + (\theta_s + Q - 1 - L') \left(1 - \frac{S}{S + 1} \right)^{1/L_O} \tag{4.101}$$

Note que se $S \gg 1$, então $\theta_s = 1$, é o caso da chama longe da gota. Se esta condição é respeitada, o modelo quase-estacionário não irá descrever corretamente o comportamento da chama e a temperatura da fase gasosa. (????) A temperatura na superfície da gota é encontrada pela imposição da condição (XX) na equação (XX) e eliminando a temperatura na condição da chama, θ_f . O resultado é uma expressão θ_s em função de β_n através do calor latente efetivo L' , onde o seu desenvolvimento segue abaixo:

Para $Z > 1$ temos

$$H_a - H_1 = -\frac{(L_F - 1)}{S(L_F - 1)}(S + 1 - 1) + C_1(S + 1 - 1)^{1/L_F} \quad (4.102)$$

$$H_a = -\frac{(S + 1)L_F}{Q}(L' - \theta_s) + \frac{(S + 1)L_FL'}{Q[S(1 - y_{Fs})]^{1/L_F}}S^{1/L_F} \quad (4.103)$$

$$H_a = -\frac{(S + 1)L_F}{Q}(L' - \theta_s) + \frac{(S + 1)L_FL'}{Q(1 - y_{Fs})^{1/L_F}} \quad (4.104)$$

Para $Z < 1$ temos

$$H_a - H_1 = -\frac{(1 - L_O)}{L_O - 1}(-q_{Z\infty} - 1) + C_1(-q_{Z\infty} - 1)^{1/L_O} \quad (4.105)$$

$$H_a = -q_{H\infty} + \left[\frac{(S + 1)L_F}{Q} + 1 \right] + (1 - L_O)q_{Z\infty} - q_{Z\infty} - 1 + C_1(-q_{Z\infty} - 1)^{1/L_O} \quad (4.106)$$

$$H_a = -q_{H\infty} + \left[\frac{(S + 1)L_F}{Q} + 1 \right] - (1 - L_O)(s + 1) + s + 1 - 1 + C_1(s + 1 - 1)^{1/L_O} \quad (4.107)$$

$$H_a = -\frac{(S + 1)L_F}{Q}(1 + L' - \theta_s) + L_F - L_O + \frac{(S + 1)L_F}{Q} + SL_O + L_O + C_1s^{1/L_O} \quad (4.108)$$

$$-\frac{(S + 1)L_F}{Q}(+L' - \theta_s) + L_F + SL_O + C_1S^{1/L_O} \quad (4.109)$$

como $SL_F = SL_O$ resulta em

$$H_a = -\frac{(S+1)L_F}{Q}(L' - \theta_s) + (S+1)L_F + \frac{(S+1)L_F}{Q}(1 + L' - \theta_s - Q) \left(\frac{S}{S+1}\right)^{1/L_O} \quad (4.110)$$

combinando as equações ?? e ??,

$$-\frac{(S+1)L_F}{Q}(L' - \theta_s) + \frac{(S+1)L_FL'}{Q(1 - y_{Fs})^{1/L_F}} \quad (4.111)$$

$$-\frac{(S+1)L_F}{Q}(L' - \theta_s) + (S+1)L_F + \frac{(S+1)L_F}{Q}(1 + L' - \theta_s - Q) \left(\frac{S}{S+1}\right)^{1/L_O} \quad (4.112)$$

$$\frac{(S+1)L_FL'}{Q(1 - y_{Fs})^{1/L_F}} = (S+1)L_F + \frac{(S+1)L_F}{Q}(1 + L' - \theta_s - Q) \left(\frac{S}{S+1}\right)^{1/L_O} \quad (4.113)$$

finalmente temos

$$\frac{L'}{1 - e^{[\gamma(1 - \theta_B/\theta_s)]^{1/L_F}}} = Q + (1 + L' - \theta_s - Q) \left[\frac{S}{S+1}\right]^{1/L_O} \quad (4.114)$$

Se $S \gg 1$, a equação para o processo vaporização sem combustão é recuperada, como esperado.

4.8 Taxa de Vaporização

A integração da equação 4.11 no intervalo $a \leq x \leq x_f$ produz uma relação entre β_n e a/x_f :

$$\lambda(\theta - \theta_s) = x^2 \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial x} - x^2 \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_a \quad (4.115)$$

com a condição de contorno 4.15 temos

$$\lambda(\theta - \theta_s + L') = x^2 \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (4.116)$$

separamos as variáveis e integrando dos dois lados da equação temos

$$\int_a^{x_f} \frac{\lambda}{x^2} dx = \int_{\theta_s}^{\theta_f} \frac{\theta^n}{\theta - \theta_s + L'} d\theta \quad (4.117)$$

$$\frac{-\lambda}{x^2} \Big|_a^{x_f} = \int_{\theta_s}^{\theta_f} \frac{x^n}{x - \theta_s + L'} dx \quad (4.118)$$

logo

$$\beta_n(1 - a/x_f) = \int_{\theta_s}^{\theta_f} \left(\frac{x^n}{x - \theta_s + L'} \right) dx \quad (4.119)$$

recordando que $\lambda = \beta_n a$. Fazendo novamente uma integração da equação 4.11 no intervalo $x \geq x_f$, obtemos outra relação entre β_n e x_f/a :

$$\lambda(\theta - \theta_\infty) = x^2 \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial x} - x^2 \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_\infty \quad (4.120)$$

com a condição de contorno em $x \rightarrow \infty$ temos

$$\lambda(\theta - 1 + q_\infty) = x^2 \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (4.121)$$

onde $q_\infty = x^2 \theta^n (\partial \theta / \partial x) / \lambda|_{x \rightarrow \infty}$ é o calor conduzido para o ambiente, separando as variáveis e integrando temos

$$\int_a^{x_f} \frac{\lambda}{x^2} dx = \int_{\theta_\infty}^{\theta_f} \frac{\theta^n}{\theta - 1 + q_\infty} d\theta \quad (4.122)$$

$$\frac{-\lambda}{x^2} \Big|_\infty^{x_f} = \int_{\theta_\infty}^1 \frac{x^n}{x - 1 + q_\infty} dx \quad (4.123)$$

$$\beta_n a / x_f = \int_{\theta_f}^1 \left(\frac{x^n}{x + q_\infty - 1} \right) dx \quad (4.124)$$

que é determinado pela adição $q_{H\infty}$ a $q_{Z\infty}$ resultando em

$$q_\infty - 1 = L' - \theta_s - Q \quad (4.125)$$

É visto a partir das equações (XX) e (XX) que a influência do número de Lewis na combustão de gotas ocorre durante o período de aquecimento da gota e temperatura máxima atingida na superfície. Após a gota atingir sua temperatura final, θ_s θ_B o valor de L' aproxima-se de L , e a temperatura da chama, sua localização e a constante de vaporização β_n , dependerá fortemente do número de Lewis da região do oxidante.

A temperatura da chama aumenta quando o número de Lewis na região do oxidante decresce. O crescimento da temperatura da chama é devido ao fato que a taxa de difusão do oxidante é mais rápida que a taxa de perda do calor para o ambiente.

O decréscimo do número de Lewis na região do oxidante leva a um aumento na taxa de fluxo de massa do oxidante na chama, assim a chama aproxima-se da superfície da gota, para a reação ocorrer estequiometricamente. A presença da chama perto da gota aumenta o fluxo de calor para a gota o que aumenta a taxa de vaporização.

5 Referências bibliográficas

FACHINI, F. F., "An analytical solution for the quasi-steady droplet combustion", *Combust. Flame* 116, 302 (1999).

FACHINI, F. F., LIÑÁN, A. and WILLIAMS, F. A., "Theory of flame histories in droplet combustion at small stoichiometric fuel-air ratios," *AIAA J.* 37, 1426 (1999).

FACHINI, F. F., LIÑÁN, A. "Transient Effects In Droplet Ignition Phenomenon". *Combust. Flame*, v. 109, n.1, (1997).

LIÑÁN, A., Discurso en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Madrid, (1991).

GOLDSMITH, M., and PENNER S. S., *Jet Propulsion* 24:245-251 (1954).